

КОНЕЧНЫЕ РАЗРЕШИМЫЕ ГРУППЫ С ПОРЯДКАМИ ФАКТОРОВ НОРМАЛЬНОГО РЯДА, СВОБОДНЫМИ ОТ ЧЕТВЕРТЫХ СТЕПЕНЕЙ

Артюшеня Т.А., Трофимук А.А.

Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест

Научный руководитель: Трофимук А.А., к. физ.-мат. н., доцент

Рассматриваются только конечные группы. Используемые обозначения и определения соответствуют [1]. Пусть n и m – натуральные числа. Говорят, что n свободно от m -х степеней, если p^m не делит n для всех простых p . При $m = 2$ говорят, что n свободно от квадратов, при $m = 3$ – от кубов, а при $m = 4$ – от четвертых степеней.

Нормальным рядом группы G называется цепочка подгрупп

$$1 = G_0 \subseteq G_1 \subseteq \dots \subseteq G_n = G, \quad (1)$$

в которой подгруппа G_i нормальна в группе G для всех i . Фактор-группы G_{i+1}/G_i называются факторами нормального ряда (1).

Понятие p -длины $l_p(G)$ для конечных p -разрешимых групп введено в классической работе Ф. Хупера и Г. Хигмена в 1956 г. Многие известные свойства p -длины изложены в монографии Хупера [1]. Пусть G – p -разрешимая группа. Это означает, что она обладает нормальным рядом (1), в котором каждая фактор-группа G_{i+1}/G_i является либо p -группой, либо p' -группой. Поэтому для такой группы можно определить (p', p) -ряд:

$1 = P_0 \subseteq N_0 \subseteq P_1 \subseteq N_1 \subseteq P_2 \subseteq \dots \subseteq P_l = N_l = G$, где $N_i/P_i = O_p(G/P_i)$ – наибольшая нормальная p' -подгруппа в G/P_i , а $P_{i+1}/N_i = O_p(G/N_i)$ – наибольшая нормальная p -подгруппа в G/N_i . Наименьшее натуральное число l такое, что $N_l = G$, называют p -длиной группы G и обозначают через $l_p(G)$.

В работе [2] были исследованы разрешимые группы, обладающие нормальным рядом, факторы которого имеют порядки, свободные от кубов. Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть разрешимая группа G обладает нормальным рядом, факторы которого имеют порядки, свободные от четвертых степеней. Тогда $l_2(G) \leq 2$, $l_3(G) \leq 2$, $l_p(G) \leq 1$ для $p > 3$.

Следствие. Пусть $G = A_4$ – свободная разрешимая группа, которая обладает нормальным рядом, факторы которого имеют порядки, свободные от четвертых степеней. Тогда $l_p(G) \leq 1$ для $p \neq 3$.

Список цитированных источников

1. Huppert, B. Endliche Gruppen I. / B. Huppert. – Berlin-Heidelberg-New York: Springer, 1967.
2. Трофимук, А.А. Конечные разрешимые группы с порядками факторов нормального ряда, свободного от кубов / А.А. Трофимук, В.С. Монахов // Вестник Брестского государственного технического университета. – 2010. – №1. Физика и математика. – С. 118–126.